

A szélsőbesség ensemble előrejelzéseinek statisztikai kalibrálása

Baran Sándor

Debreceni Egyetem, Informatikai Kar

Társszerzők: Horányi András (OMSZ, ECMWF), Nemoda Dóra (DE IK)
és Sebastian Lerch (University of Heidelberg)

A kutatást a TÁMOP-4.2.2.C-11/1/KONV-2012-0001 számú projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Ensemble előrejelző rendszerek

Ensemble előrejelzések: egy numerikus időjárás modell különböző futtatásaiból kapott előrejelzés-család. A kezdeti feltételek, illetve a modell paraméterei változnak.

Közepes tartományú modellek: 10 – 1000 km tartomány.

Rövidtávú előrejelzések: 0 – 48 h.

Példák:

- ▶ University of Washington Mesoscale Ensemble (UWME), az USA északnyugati partvidéke, 36 km-es rács, nyolc ensemble tag. A PSU-NCAR MM5 modell különböző forrásokból származó kezdeti feltételekkel történő futtatásainak eredményei. [Eckel and Mass, 2005]
- ▶ Az OMSZ ALADIN-HUNEPS rendszere, Európa kontinentális része, 12 km-es rács. A Météo-France ARPEGE alapú globális PEARP rendszerének dinamikus leskálázása. 10+1 ensemble tag. 10 perturbált kezdeti értékből számolt előrejelzés és egy kontroll tag. [Hágel, 2010, Horányi *et al.*, 2011]

Valószínűségi időjárás előrejelzés

Az ensemble előrejelzésekből származtatható mennyiségek:

- ▶ Pontbecslések, pl. ensemble átlag, ensemble medián.
- ▶ Szóródás, pl. szórás.
- ▶ Különböző események valószínűségei: pl. 10 m magasságban a szél sebessége nagyobb, mint 12 m/s.

Az ensemble előrejelzéseknek gyakorta túl kicsi a szóródásuk, nem kalibráltak.

Valószínűségi időjárás előrejelzés: az ensemble előrejelzések és a validáló megfigyelés alapján határozzuk meg a jövőbeni időjárási mennyiség eloszlását (sűrűségfüggvényét). [Gneiting and Raftery, 2005]

Az előrejelző eloszlásoktól elvárjuk, hogy

- ▶ kalibráltak legyenek: pl. a validáló megfigyelések legalább 90%-a az előrejelző eloszlás 5%-os és 95 %-os kvantilise közé esik;
- ▶ élesek legyenek: pl. a 90%-os konfidencia intervallumok szűkebbek, mint a nyers ensemble tagokból számoltak.

Utófeldolgozás Bayes modell átlagolással (BMA) [Raftery *et al.*, 2005] vagy

Ensemble Model Output Statistics (EMOS) módszerrel. [Gneiting *et al.*, 2005]

Az előrejelző modell

X : a vizsgált időjárási mennyiség (hőmérséklet, légnyomás, szélsébség, stb).

f_1, f_2, \dots, f_K : az X egy ensemble előrejelzése.

$g_k(x | f_k; \theta_k)$: az X sűrűségfüggvénye, feltéve, hogy f_k a legjobb előrejelzés.

θ_k : becsülendő paraméter, a tanuló adatok alapján becsüljük meg.

Tanuló adatok: a megelőző n nap ensemble előrejelzései és a hozzájuk tartozó validáló megfigyelések. Dinamikusan változnak.

Cél: modellezzük az X sűrűségfüggvényét az aznapi ensemble előrejelzések és a tanuló adatok segítségével.

BMA modell [Raftery *et al.*, 2005]

$$p(x | f_1, \dots, f_K; \theta_1, \dots, \theta_K) = \sum_{k=1}^K \omega_k g_k(x | f_k; \theta_k).$$

ω_k : a tanuló időszakban való viselkedése alapján annak a posterior valószínűsége, hogy a k -adik a legjobb előrejelzés.

$\omega_k \geq 0$, $k = 1, 2, \dots, K$, $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_K = 1$.

Gamma BMA modell a szélsőbességre

X : maximális vagy pillanatnyi szélsőbesség. [Sloughter *et al.*, 2010]

$g_k(x | f_k)$: a $\mu_k = \alpha_k \beta_k$ várható értékű és $\sigma_k^2 = \alpha_k \beta_k^2$ szórásnégzetű Gamma eloszlás sűrűségfüggvénye, azaz

$$g_k(x | f_k) := \frac{1}{\beta_k^{\alpha_k} \Gamma(\alpha_k)} x^{\alpha_k - 1} \exp(-x/\beta_k) \quad \text{ha } x \geq 0.$$

$$\mu_k = b_{0k} + b_{1k} f_k, \quad \sigma_k = c_0 + c_1 f_k.$$

Becsülendő paraméterek: b_{0k} , b_{1k} , ω_k , $k = 1, 2, \dots, K$, valamint c_0 , c_1 .

b_{0k} , b_{1k} , $k = 1, 2, \dots, K$ becslése: lineáris regresszió a tanuló periódus adataiból. Függő változó: validáló megfigyelés; független változó: f_k .

ω_k , $k = 1, 2, \dots, K$, valamint c_0 , c_1 becslése: ML módszer EM algoritmussal. [McLachlan and Krishnan, 1997]

A maximalizáló (M) lépénél egy numerikus optimalizálásra van szükség.

Csonkított normális BMA modell a szélsőbességre

X : maximális vagy pillanatnyi szélsőbesség (m/s).

$g_k(x | f_k)$: a μ_k, σ^2 paraméterű nullánál levágott normális eloszlás sűrűségfüggvénye, azaz

$$g_k(x | f_k) := \frac{\frac{1}{\sigma} \varphi((x - \mu_k)/\sigma)}{\Phi(\mu_k/\sigma)}, \text{ ha } x \geq 0. \quad \mu_k = \alpha_k + \beta_k f_k.$$

μ_k : hely paraméter; σ : skála paraméter. [Baran, 2014]

Várható érték és szórásnégyzet:

$$\kappa_k = \mu_k + \frac{\sigma \varphi(\mu_k/\sigma)}{\Phi(\mu_k/\sigma)} \quad \text{és} \quad \varrho_k^2 = \sigma^2 \left(1 - \frac{\mu_k \varphi(\mu_k/\sigma)}{\sigma \Phi(\mu_k/\sigma)} - \left(\frac{\varphi(\mu_k/\sigma)}{\Phi(\mu_k/\sigma)} \right)^2 \right).$$

Becsülendő paraméterek: $\alpha_k, \beta_k, \omega_k, k = 1, 2, \dots, K$, valamint σ .

Minden paramétert ML módszerrel becslünk, a likelihood függvény maximumát az EM algoritmus segítségével keressük. Az algoritmus mindkét lépésében zárt formulákkal számol. [Lee and Scott, 2012]

Felcserélhető ensemble tagok

M ensemble tag K darab felcserélhető csoportra osztva. [Fraley *et al.*, 2010]

Ensemble: $f_{k,\ell}$, $k = 1, 2, \dots, K$, $\ell = 1, 2, \dots, M_k$. $M_1 + M_2 + \dots + M_K = M$.

$$p(x | f_{k,\ell}, k = 1, \dots, K, \ell = 1, \dots, M_k; \theta_1, \dots, \theta_K) = \sum_{k=1}^K \sum_{\ell=1}^{M_k} \omega_k g_k(x | f_{k,\ell}; \theta_k).$$

Tanuló adatok

$x_{s,t}$: az s helyhez és t időponthoz tartozó validáló megfigyelés.

$f_{k,\ell,s,t}$: az s helyhez és t időponthoz tartozó ensemble tagok.

Példa. Szélsőbesség adatok (m/s), 10 állomás, $K = 2$, $M_1 = 1$, $M_2 = 10$.

"control"	"lam01"	"lam02"	...	"lam10"	"observation"	"date"	"station"	"latitude"	"longitude"
2.96837	1.61277	3.25756	...	3.79590	3.10	2012040112	12772	48.10	20.80
5.00778	6.08366	6.99126	...	4.37388	6.10	2012040112	12812	47.20	16.60
7.34007	6.41086	8.73414	...	5.88894	4.10	2012040112	12822	47.70	17.60
7.14338	5.52808	8.07670	...	6.45395	6.90	2012040112	12843	47.50	19.10
4.61355	1.30060	5.87290	...	3.85628	3.40	2012040112	12882	47.50	21.60
5.89391	2.94215	6.57465	...	4.91185	3.50	2012040112	12892	47.90	21.60
5.35703	4.48092	6.36201	...	5.00581	4.20	2012040112	12925	46.50	17.00
5.63003	2.65106	6.92411	...	4.83982	6.50	2012040112	12942	46.10	18.20
7.01321	4.59867	9.12443	...	7.19802	8.00	2012040112	12970	46.90	19.70
5.83536	3.47728	7.63234	...	5.72420	8.10	2012040112	12982	46.30	20.20
5.03390	4.98639	4.56233	...	5.14226	7.00	2012040212	12772	48.10	20.80

Illeszkedési mutatók

$x_{s,t}$: validáló megfigyelés az s helyen és a t időben.

$p_{s,t}(x)$, $P_{s,t}(x)$: az s helyen a t időpontra való előrejelzés becsült sűrűség- és eloszlásfüggvénye.

$\hat{x}_{s,t}$: a $p_{s,t}(x)$ vagy az ensemble alapján számított pontbecslés (átlag, medián).

n : a minta elemszáma.

Determinisztikus előrejelzések:

$$\text{MAE: } \frac{1}{n} \sum_{s,t} |x_{s,t} - \hat{x}_{s,t}|; \quad \text{RMSE: } \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{s,t} (x_{s,t} - \hat{x}_{s,t})^2}.$$

Valószínűségi előrejelzések:

Átlagos CRPS: $\frac{1}{n} \sum_{s,t} \text{crps}(P_{s,t}, x_{s,t})$, $\text{crps}(P, x) = \int_{-\infty}^{\infty} (P(y) - \mathbb{1}_{\{y \geq x\}})^2 dy$.

Lefedettségi: a 90%-os előrejelző intervallumba eső megfigyelések aránya.

Az előrejelző intervallumok átlagos szélessége.

Ensemble előrejelzések:

Átlagos CRPS: az ensemble empirikus eloszlásfüggvényével számolunk.

Lefedettségi: a konfidencia intervallumok átlagos szélessége. [Wilks, 2011]

Az EMOS előrejelző modell

Egyetlen paraméteres eloszlás, ahol a paraméterek az ensemble függvényei. Ezen függvények paramétereinek becslései valamely illeszkedési mutató tanuló adatokon vett átlagának optimumhelyeként álnak elő. [Gneiting *et al.*, 2005]

Csonkított normális EMOS modell

A szélesség X előrejelzésének eloszlása [Thorarinsdottir and Gneiting, 2010]:

$$\mathcal{N}_0(a_0 + a_1 f_1 + \dots + a_K f_K, b_0 + b_1 S^2), \quad \text{ahol} \quad S^2 := \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (f_k - \bar{f})^2.$$

$\mathcal{N}_0(\mu, \sigma^2)$: μ, σ^2 paraméterű nullánál csonkított normális (TN) eloszlás.

Becsülendő paraméterek: $a_0 \in \mathbb{R}$, $a_1, \dots, a_K \geq 0$ (hely) és $b_0, b_1 \geq 0$ (skála).

Az átlagos CRPS vagy a sűrűségfüggvény negatív logaritmusának minimumhelyei (ML becslés). A CRPS értéke zárt alakban megadható.

Felcserélhető ensemble tagok:

$$\mathcal{N}_0\left(a_0 + a_1 \sum_{\ell_1=1}^{M_1} f_{1,\ell_1} + \dots + a_m \sum_{\ell_K=1}^{M_K} f_{K,\ell_K}, b_0 + b_1 S^2\right).$$

Log-normális EMOS modell

$\mathcal{LN}(\mu, \sigma)$: μ (hely) és σ (skála) paraméterű log-normális (LN) eloszlás.

Sűrűségfüggvény:

$$h(x|\mu, \sigma) := \frac{1}{x\sigma} \varphi((\log x - \mu)/\sigma), \quad x \geq 0.$$

Várható érték: $m = e^{\mu + \sigma^2/2}$; szórásnégyzet: $v^2 = e^{2\mu + \sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)$.

Átparaméterezés: $\mu = \log(m^2 / \sqrt{v^2 + m^2})$, $\sigma = \sqrt{\log(1 + v^2/m^2)}$.

Log-normális EMOS modell [Baran and Lerch, 2014]:

$$m = \alpha_0 + \alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_K f_K, \quad v^2 = \beta_0 + \beta_1 S^2.$$

Becsülendő paraméterek: $\alpha_0 \in \mathbb{R}$, $\alpha_1, \dots, \alpha_K \geq 0$ és $\beta_0, \beta_1 \geq 0$.

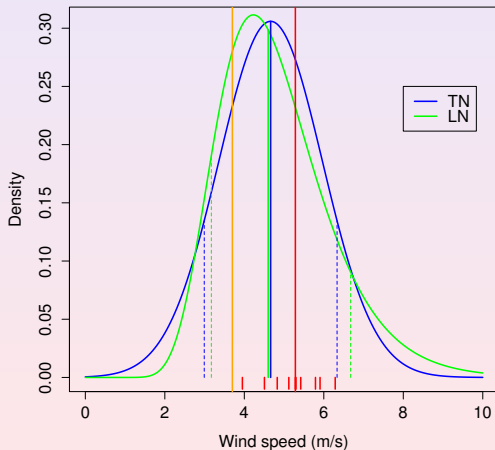
Az átlagos CRPS minimumhelye vagy ML becslés. Zárt alak a CRPS értékére.

Felcserélhető ensemble tagok:

$$m = \alpha_0 + \alpha_1 \sum_{\ell_1=1}^{M_1} f_{1,\ell_1} + \dots + \alpha_K \sum_{\ell_K=1}^{M_K} f_{K,\ell_K}, \quad v^2 = \beta_0 + \beta_1 S^2.$$

Példa

A log-normális eloszlás farkrésze vastagabb, mint a csonkított normálisé, így magasabb szélsőségek esetén jobban illeszkedik.



Debrecen, 2012.12.12.

Megfigyelés (narancssárga): 3.7 m/s

Ensemble medián (piros): 5.28 m/s

TN EMOS medián (kék): 4.66 m/s

LN EMOS medián (zöld): 4.60 m/s

Szaggatott vonalak: a 80%-os előrejelző intervallum határai.

Keverék modell

Az f_{med} ensemble mediántól függő modellválasztás egy θ küszöbérték alapján. [Lerch and Thorarinsdottir, 2013]

Az előrejelzés eloszlása [Baran and Lerch, 2014]:

$$\begin{cases} \mathcal{N}_0(\mu_{TN}, \sigma_{TN}^2), & \text{ha } f_{med} < \theta; \\ \mathcal{LN}(\mu_{LN}, \sigma_{LN}), & \text{ha } f_{med} \geq \theta. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu_{TN} &= a_0 + a_1 f_1 + \dots + a_K f_K, & \sigma_{TN}^2 &= b_0 + b_1 S^2; \\ \mu_{LN} &= \log\left(m^2 / \sqrt{v^2 + m^2}\right), & \sigma_{LN} &= \sqrt{\log(1 + v^2 / m^2)}, \\ m &= \alpha_0 + \alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_K f_K, & v^2 &= \beta_0 + \beta_1 S^2. \end{aligned}$$

Nagy tanuló adathalmaz (pl. UWME, ECMWF): μ_{LN} és σ_{LN} (μ_{LN} és σ_{LN}) paramétereinek becslése csak azon tanuló adatok alapján, ahol $f_{med} \geq 0$ ($f_{med} < \theta$).

Kis tanuló adathalmaz (pl. ALADIN-HUNEPS): mindkét modell paramétereit ugyanazon tanuló adatok alapján becsüljük. Csak modellválasztás f_{med} alapján.

Extrémérték EMOS modell

$\mathcal{GEV}(\mu, \sigma, \xi)$: μ (hely), σ (skála) és ξ (alak) paraméterű extrémérték (GEV) eloszlás.

Eloszlásfüggvény:

$$G(x) := \begin{cases} \exp\left(-\left[1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right), & \xi \neq 0, \\ \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right), & \xi = 0, \end{cases} \quad 1 + \xi(x - \mu)/\sigma > 0.$$

Extrémérték EMOS modell [Lerch and Thorarinsdottir, 2013]:

$$\mu = \gamma_0 + \gamma_1 f_1 + \dots + \gamma_K f_K, \quad \sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \bar{f}.$$

Becsülendő paraméterek: $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_K, \sigma_0, \sigma_1$ ($\sigma > 0$) és $\xi \geq 0$. ML becslés.

Felcserélhető ensemble tagok:

$$\mu = \gamma_0 + \gamma_1 \sum_{\ell_1=1}^{M_1} f_{1,\ell_1} + \dots + \gamma_K \sum_{\ell_K=1}^{M_K} f_{K,\ell_K}, \quad \sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \bar{f}.$$

TN-GEV keverék modell f_{med} értéke alapján. [Lerch and Thorarinsdottir, 2013]

Probléma: a GEV eloszlásra nem teljesül a nem-negativitás!

ALADIN-HUNEPS ensemble

10 meteorológiai állomás (Miskolc, Szombathely, Győr, Budapest, Debrecen, Nyíregyháza, Nagykanizsa, Pécs, Kecskemét, Szeged) szélesség adatai.

Adatok: az OMSZ ALADIN-HUNEPS rendszere által generált 42 órás ensemble előrejelzések és a kapcsolódó validáló megfigyelések.

Előrejelzési időszak: 42 óra.

Ensemble: 10 felcserélhető és egy kontroll előrejelzés 18 UTC időpontbeli inicializálással (két nappal később 12 UTC előrejelzését adja meg).

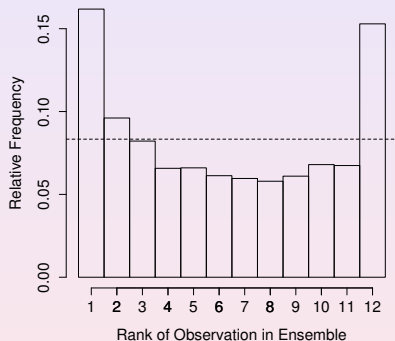
Időszak: 2012. április 1. – 2013. március 31.

Hiányzó adatok: 6 nap előrejelzései.

Modellezés és elemzés: az R `ensembleBMA` és `ensembleMOS` csomagjai és hozzájuk illeszkedő saját kódok. [Fraley *et al.*, 2011]

Nyers ensemble

Verification Rank Histogram



Az validáló megfigyelés az esetek 61.21 %-ában esik az ensemble legkisebb és legnagyobb tagja közé.

Nem szór eléggé és nem kalibrált. Nominális lefedettség: 83.33 %.

Két csoportos BMA modellek

A szélsébség X előrejelzésének sűrűségfüggvénye [Baran *et al.*, 2013]:

$$p(x|f_c, f_{\ell,1}, \dots, f_{\ell,10}) = \omega g_c(x|f_c) + \sum_{j=1}^{10} \frac{1-\omega}{10} g_{\ell}(x|f_{\ell,j}).$$

- ▶ f_c : az ensemble kontroll tagja.
- ▶ $f_{\ell,1}, \dots, f_{\ell,10}$: felcserélhető ensemble tagok.
- ▶ ω : a kontroll súlya.
- ▶ $g_c(x|f)$, $g_{\ell}(x|f)$: gamma vagy csonkított normális sűrűségfüggvények.

Gamma BMA:

Várható érték: $b_0 + b_1 f$; szórás: $c_0 + c_1 f$.

Becsülendő paraméterek: b_0, b_1 , valamint ω és c_0, c_1 .

Csonkított normális BMA:

Hely paraméterek: $\alpha_c + \beta_c f$ ill. $\alpha_{\ell} + \beta_{\ell} f$; skála paraméter: σ .

Becsülendő paraméterek: α_c, β_c és $\alpha_{\ell}, \beta_{\ell}$, valamint ω és σ .

Két csoportos EMOS modellek

A szélsőbesség X előrejelzésének eloszlásai.

Csonkított normális EMOS:

$$\mathcal{N}_0(\mu_{TN}, \sigma_{TN}^2), \text{ ahol } \mu_{TN} = a + a_c f_c + a_\ell \sum_{j=1}^{10} f_{\ell,j}, \quad \sigma_{TN}^2 = b_0 + b_1 S^2.$$

Becsülendő paraméterek: a, a_c, a_ℓ , valamint b_0, b_1 .

Log-normális EMOS:

$$\mathcal{LN}(\mu_{LN}, \sigma_{LN}), \text{ ahol } \mu_{LN} = \log(m^2 / \sqrt{v^2 + m^2}), \quad \sigma_{LN} = \sqrt{\log(1 + v^2 / m^2)} \text{ és}$$

$$m = \alpha + \alpha_c f_c + \alpha_\ell \sum_{j=1}^{10} f_{\ell,j}, \quad v^2 = \beta_0 + \beta_1 S^2.$$

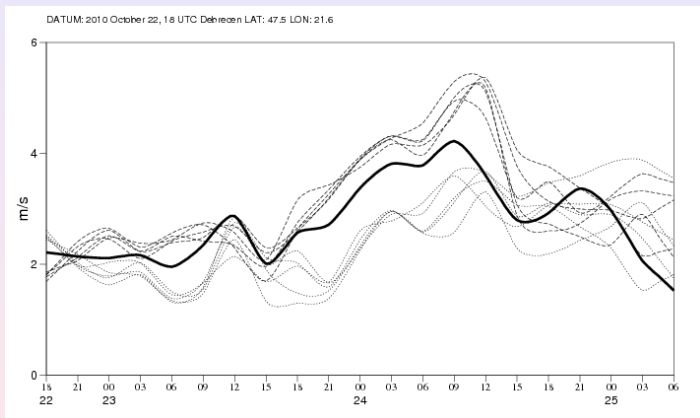
Becsülendő paraméterek: $\alpha, \alpha_c, \alpha_\ell$, valamint β_0, β_1 .

Extrémérték EMOS:

$$\mathcal{GEV}(\mu_{GEV}, \sigma_{GEV}, \xi), \text{ ahol } \mu_{GEV} = \gamma + \gamma_c f_c + \gamma_\ell \sum_{j=1}^{10} f_{\ell,j}, \quad \sigma_{GEV}^2 = \sigma_0 + \sigma_1 \bar{f}.$$

Becsülendő paraméterek: $\gamma, \gamma_c, \gamma_\ell$ és σ_0, σ_1 , valamint ξ .

Felcserélhető ensemble tagok



A szélesség Debrecenre adott 2010.10.22-én 18 UTC-kor inicializált ensemble előrejelzésének fátyla diagramja.

Kontroll: folytonos; páratlan tagok: pontozott; páros tagok: szaggatott.

Három csoportos BMA modell

A szélesség X előrejelzésének sűrűségfüggvénye [Baran *et al.*, 2013]:

$$q(x|f_c, f_{\ell,1}, \dots, f_{\ell,10}) = \omega_c g_c(x|f_c) + \sum_{j=1}^5 [\omega_o g_o(x|f_{\ell,2j-1}) + \omega_e g_e(x|f_{\ell,2j})].$$

- ▶ f_c : az ensemble kontroll tagja.
- ▶ $f_{\ell,1}, \dots, f_{\ell,10}$: felcserélhető ensemble tagok.
- ▶ $\omega_c, \omega_o, \omega_e \in [0, 1]$: súlyok, $\omega_c + 5\omega_o + 5\omega_e = 1$.
- ▶ $g_c(x|f)$, $g_o(x|f)$, $g_e(x|f)$: gamma vagy csonkított normális sűrűségfüggvények.

Gamma BMA:

Várható érték: $b_0 + b_1 f$; szórás: $c_0 + c_1 f$.

Becsülendő paraméterek: b_0, b_1 , valamint $\omega_c, \omega_o, \omega_e$ és c_0, c_1 .

Csonkított normális BMA:

Hely paraméterek: $\alpha_c + \beta_c f$, $\alpha_o + \beta_o f$ ill. $\alpha_e + \beta_e f$; skála paraméter: σ .

Becsülendő paraméterek: $\alpha_c, \beta_c, \alpha_o, \beta_o$ és α_e, β_e , valamint $\omega_c, \omega_o, \omega_e$ és σ .

Három csoportos EMOS modellek

Csonkított normális EMOS:

$$\mathcal{N}_0(\mu_{TN}, \sigma_{TN}^2), \text{ ahol } \mu_{TN} = a + a_c f_c + \sum_{j=1}^5 (a_o f_{\ell, 2j-1} + a_e f_{\ell, 2j}), \quad \sigma_{TN}^2 = b_0 + b_1 S^2.$$

Becsülendő paraméterek: a, a_c, a_o, a_e , valamint b_0, b_1 .

Log-normális EMOS:

$$\mathcal{LN}(\mu_{LN}, \sigma_{LN}), \text{ ahol } \mu_{LN} = \log(m^2 / \sqrt{v^2 + m^2}), \quad \sigma_{LN} = \sqrt{\log(1 + v^2 / m^2)} \text{ és}$$

$$m = \alpha + \alpha_c f_c + \sum_{j=1}^5 (\alpha_o f_{\ell, 2j-1} + \alpha_e f_{\ell, 2j}), \quad v^2 = \beta_0 + \beta_1 S^2.$$

Becsülendő paraméterek: $\alpha, \alpha_c, \alpha_o, \alpha_e$, valamint β_0, β_1 .

Extrémérték EMOS:

$$\mathcal{GEV}(\mu_{GEV}, \sigma_{GEV}, \xi), \text{ ahol}$$

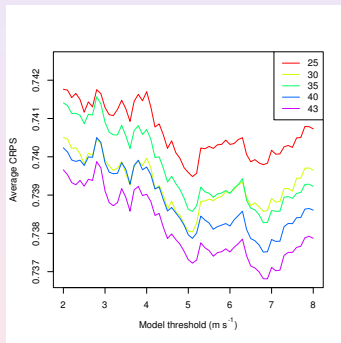
$$\mu_{GEV} = \gamma + \gamma_c f_c + \sum_{j=1}^5 (\gamma_o f_{\ell, 2j-1} + \gamma_e f_{\ell, 2j}), \quad \sigma_{GEV}^2 = \sigma_0 + \sigma_1 \bar{f}.$$

Becsülendő paraméterek: $\gamma, \gamma_c, \gamma_o, \gamma_e$ és σ_0, σ_1 , valamint ξ .

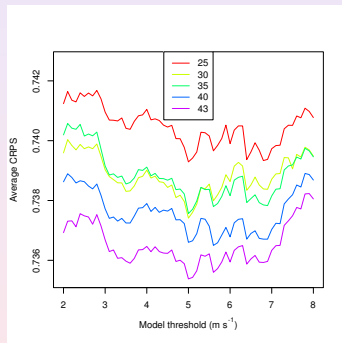
A tanuló időszak hossza, küszöbértékek

A tanuló periódus optimális hossza 43 nap. [Baran *et al.*, 2014b]

BMA és EMOS előrejelzések, valamint validáló megfigyelések 313 napra.



a)

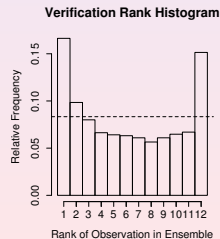
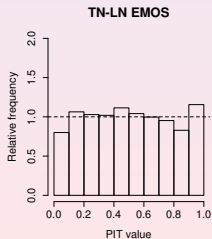
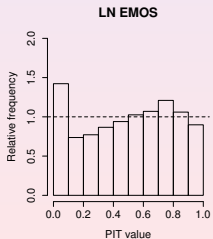
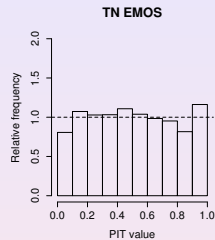
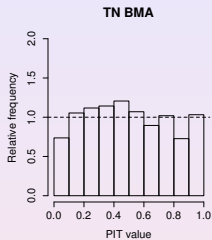
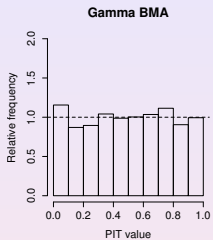


b)

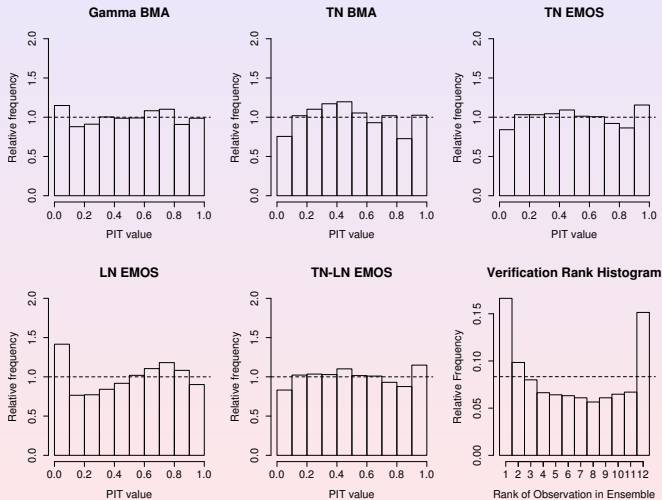
Két csoportos modellek optimumai: a) TN-LN $\theta=6.9$; b) TN-GEV $\theta=5.0$.

Három csoportos modellek optimumai: TN-LN $\theta=6.8$; TN-GEV $\theta=5.6$.

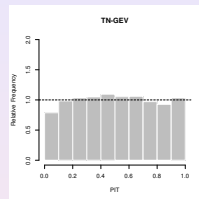
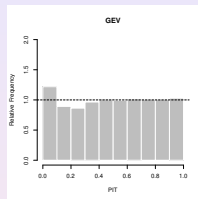
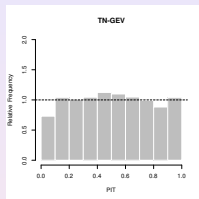
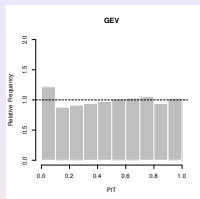
PIT hisztogramok, két csoport



PIT hisztogramok, három csoport



Kolmogorov-Szmirnov próbák a PIT eloszlására



Két csoport

Három csoport

	BMA modell		EMOS modell				
	Gamma	TN	TN	LN	TN-LN	GEV	TN-GEV
Két csop.	0.181	0.002	0.127	4.4×10^{-6}	0.117	0.070	0.014
Három csop.	0.209	0.004	0.097	6.2×10^{-7}	0.136	0.037	0.054

- ▶ Jelentős javulás a nyers ensemble rang hisztogramjához képest.
- ▶ GEV esetén a negatív értékek átlagos (maximális) valószínűsége két csoportra: 0.003 (0.095); három csoportra: 0.003 (0.114).

Illeszkedési mutatók

Átlagos CRPS, MAE (medián), RMSE (várható érték) értékek (m/s), valamint a 83.33 %-os előrejelző intervallum lefedettsége (%) és átlagos szélessége (m/s).

Előrejelző modell		CRPS	MAE	RMSE	Lefed.	Átl. szél.
Két csoport	Gamma BMA	0.760	1.075	1.427	81.87	3.72
	TN BMA	0.698	1.045	1.377	85.46	3.76
	TN	0.738	1.037	1.357	83.59	3.53
	LN	0.741	1.038	1.362	80.44	3.57
	TN-LN, $\theta = 6.9$	0.737	1.035	1.356	83.59	3.54
	GEV	0.737	1.041	1.355	81.21	3.54
	TN-GEV, $\theta = 5.0$	0.735	1.039	1.355	85.59	3.72
Három csoport	Gamma BMA	0.761	1.075	1.405	82.03	3.71
	TN BMA	0.698	1.044	1.365	85.08	3.75
	TN	0.739	1.038	1.360	83.11	3.52
	LN	0.743	1.040	1.365	80.00	3.56
	TN-LN, $\theta = 6.8$	0.738	1.036	1.358	83.17	3.52
	GEV	0.738	1.040	1.357	81.21	3.54
	TN-GEV, $\theta = 5.6$	0.737	1.039	1.358	84.76	3.68
Nyers ensemble		0.803	1.069	1.373	68.22	2.88

- ▶ Az utófeldolgozás jelentősen javít a pontbecslések pontosságán és a valószínűségi előrejelzések kalibráltságán.
- ▶ Összességében a TN-LN EMOS adja a legjobb illeszkedési mutatókat.

University of Washington Mesoscale Ensemble

Az USA északnyugati részén fekvő 101 meteorológiai állomás szélesség adatai.

Adatok: a PSU-NCAR MM5 modell által generált 48 órás ensemble előrejelzések és a kapcsolódó validáló megfigyelések. [Grell *et al.*, 1995]

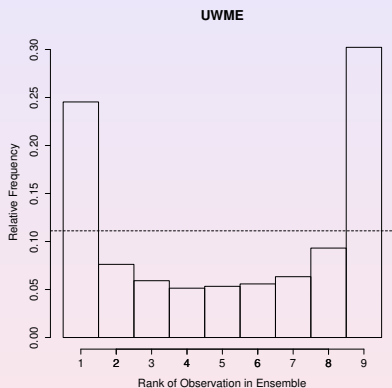
Előrejelzési időszak: 48 óra.

Ensemble: 8 különböző kezdeti feltételből számolt előrejelzés 0 UTC időpontbeli inicializálással.

Időszak: 2007–2008. Az előrejelzéseket csak a 2008 évre vizsgáltuk, de a paraméterbecslésekhez 2007 decemberének adatait is felhasználtuk.

A hiányzó adatok at tartalmazó sorok elhagyása után az egyes állomásokhoz tartozó érvényes megfigyelések száma 160 és 291 közötti.

Nyers ensemble



Az validáló megfigyelés az esetek 45.24 %-ában esik az ensemble legkisebb és legnagyobb tagja közé.

Nem szór eléggé és nem kalibrált. Nominális lefedettség: 77.78 %

EMOS modellek az UWME szélsőesség előrejelzéseire

Csonkított normális EMOS:

$$\mathcal{N}_0(\mu_{TN}, \sigma_{TN}^2), \text{ ahol } \mu_{TN} = a + \sum_{j=1}^8 a_j f_j, \quad \sigma_{TN}^2 = b_0 + b_1 S^2.$$

Becsülendő paraméterek: a, a_1, \dots, a_8 , valamint b_0, b_1 .

Log-normális EMOS:

$$\mathcal{LN}(\mu_{LN}, \sigma_{LN}), \text{ ahol } \mu_{LN} = \log(m^2 / \sqrt{v^2 + m^2}), \quad \sigma_{LN} = \sqrt{\log(1 + v^2 / m^2)} \text{ és}$$

$$m = \alpha + \sum_{j=1}^8 \alpha_j f_j, \quad v^2 = \beta_0 + \beta_1 S^2.$$

Becsülendő paraméterek: $\alpha, \alpha_1, \dots, \alpha_8$, valamint β_0, β_1 .

Extrémérték EMOS:

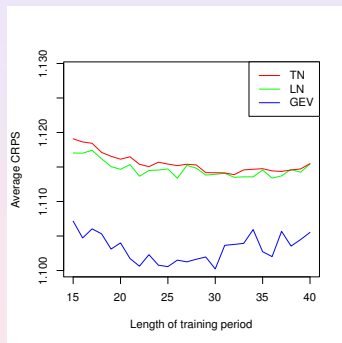
$$\mathcal{GEV}(\mu_{GEV}, \sigma_{GEV}, \xi), \text{ ahol } \mu_{GEV} = \gamma + \sum_{j=1}^8 \gamma_j f_j, \quad \sigma_{GEV}^2 = \sigma_0 + \sigma_1 \bar{f}.$$

Becsülendő paraméterek: $\gamma, \gamma_1, \dots, \gamma_8$ és σ_0, σ_1 , valamint ξ .

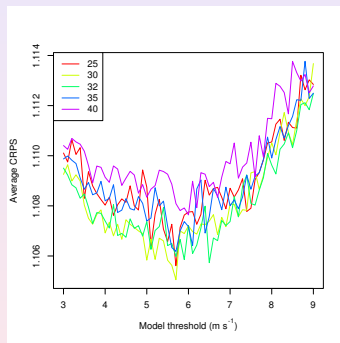
25 napos tanuló periódus mellett elvégeztük a gamma és csonkított normális BMA modellek összehasonlítását. [Baran, 2014]

Tanuló időszak és küszöbérték az EMOS modellekre

BMA előrejelzések és validáló megfigyelések a 2008 évre (355 nap, 27481 eset).



CRPS a hossz függvényében

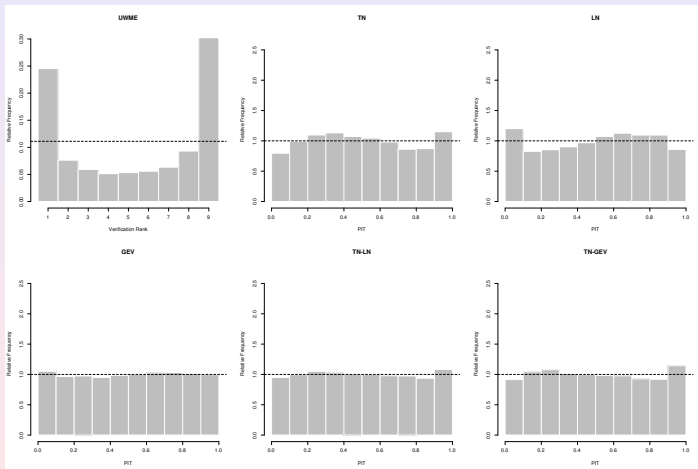


CRPS a küszöb függvényében, TN-LN

Optimális tanulói időszak hossz: 30 nap

Kapcsolódó küszöbértékek: TN-LN $\theta = 5.7$; TN-GEV $\theta = 5.2$.

PIT hisztogramok



A K-S próbák p -értékei közül a GEV modellé a legmagasabb, $p = 0.005$.

Illeszkedési mutatók

Átlagos CRPS, MAE (medián), RMSE (várható érték) értékek (m/s), valamint a 77.78 %-os előrejelző intervallum lefedettsége (%) és átlagos szélessége (m/s).

Előrejelző modell	CRPS	MAE	RMSE	Lefed.	Átl. szél.
TN	1.114	1.550	2.048	78.65	4.67
LN	1.114	1.554	2.052	77.29	4.69
TN-LN, $\theta = 5.7$	1.105	1.550	2.050	77.73	4.64
GEV	1.100	1.554	2.047	77.20	4.69
TN-GEV, $\theta = 5.2$	1.105	1.555	2.055	77.20	4.60
Nyers ensemble	1.353	1.655	2.169	45.24	2.53

- ▶ Az utófeldolgozás jelentősen javít a pontbecslések pontosságán és a valószínűségi előrejelzések kalibráltságán.
- ▶ Összességében a GEV model adja a legjobb illeszkedési mutatókat, azt követi a TN-LN.
- ▶ GEV modell esetén a negatív értékek átlagos (maximális) valószínűsége 0.0005 (0.0389); a TN-GEV modellre ezek 0.0002 (0.0267).

ECMWF ensemble

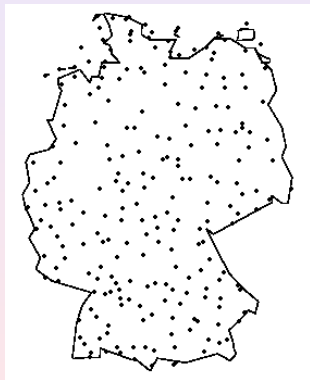
228 németországi állomás 10m szélesség adatai.

Adatok: a napi maximális szélesség ECMWF EPS által generált 1–3 napos előrejelzései és a kapcsolódó validáló megfigyelések.

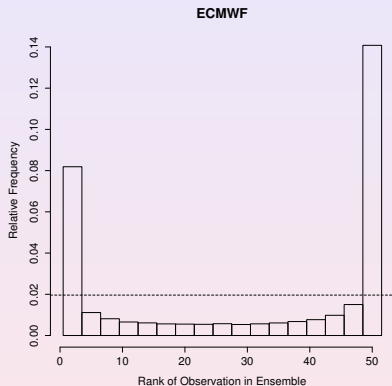
Ensemble: 50 tagú felcserélhető ensemble 0 UTC időpontbeli inicializálással.

Verifikációs időszak: 2010.05.01–2011.04.31 (83220 eset). A paraméterbecslésekhez 2010.02.01–2010.04.30 adatait is felhasználtuk.

Nincsenek hányzó adatok, de egy 300m magas toronyban lévő berlini állomást kihagytunk.



Nyers ensemble



Az validáló megfigyelés az esetek 43.40 %-ában esik az ensemble legkisebb és legnagyobb tagja közé.

Nem szór eléggé és nem kalibrált. Nominális lefedettség: 96.08 %

EMOS modellek az UWME szélsőesség előrejelzéseire

Csonkított normális EMOS:

$$\mathcal{N}_0(\mu_{TN}, \sigma_{TN}^2), \text{ ahol } \mu_{TN} = a + a_1 \bar{f}, \quad \sigma_{TN}^2 = b_0 + b_1 S^2.$$

Becsülendő paraméterek: a, a_1 , valamint b_0, b_1 .

Log-normális EMOS:

$$\mathcal{LN}(\mu_{LN}, \sigma_{LN}), \text{ ahol } \mu_{LN} = \log(m^2 / \sqrt{v^2 + m^2}), \quad \sigma_{LN} = \sqrt{\log(1 + v^2 / m^2)} \text{ és}$$

$$m = \alpha + \alpha_1 \bar{f}, \quad v^2 = \beta_0 + \beta_1 S^2.$$

Becsülendő paraméterek: α, α_1 , valamint β_0, β_1 .

Extrémérték EMOS:

$$\mathcal{GEV}(\mu_{GEV}, \sigma_{GEV}, \xi), \text{ ahol } \mu_{GEV} = \gamma + \gamma_1 \bar{f}, \quad \sigma_{GEV} = \sigma_0 + \sigma_1 \bar{f}.$$

Becsülendő paraméterek: γ, γ_1 és σ_0, σ_1 , valamint ξ .

GEV és TN-GEV esetén 30 napos tanuló periódus az optimális $\theta = 7.5$ küszöbértékkel. [Lerch and Thorarinsdottir, 2013]

Az összes modell összehasonlításához a 20 napos tanuló időszak tűnik a legalkalmasabbnak TN-LN esetén $\theta = 8.0$, TN-GEV esetén $\theta = 7.3$ küszöbértékkel.

Illeszkedési mutatók

Átlagos CRPS, MAE (medián), RMSE (várható érték) értékek (m/s), valamint a 96.08 %-os előrejelző intervallum lefedettsége (%) és átlagos szélessége (m/s).

Előrejelző modell	CRPS	MAE	RMSE	Lefed.	Átl. szél.
TN	1.045	1.388	2.148	92.19	6.39
LN	1.037	1.386	2.138	93.16	6.91
TN-LN, $\theta=8.0$	1.033	1.379	2.135	92.49	6.36
GEV	1.034	1.388	2.134	94.84	8.22
TN-GEV, $\theta=7.3$	1.033	1.381	2.135	92.89	6.60
Nyers ensemble	1.236	1.441	2.232	45.00	1.80

- ▶ Összességében a TN-LN modell adja a legjobb illeszkedési mutatókat.
- ▶ GEV modell esetén a negatív értékek átlagos (maximális) valószínűsége 7.2×10^{-5} (0.0537); a TN-GEV modellre ezek 2.9×10^{-10} (5.7×10^{-6}).
- ▶ A K-S próba mindegyik modell esetén elveti a PIT értékek egyenletességét, $p < 2.2 \times 10^{-16}$.

Konklúzió

- ▶ A statisztikai utófeldolgozás minden esetben javít a valószínűségi előrejelzések kalibráltságán.
- ▶ A két BMA modell közül a kisebb számításigényű csonkított normális ad jobb illeszkedési mutatókat.
- ▶ Az EMOS modellek közül a TN-LN keverék nem rosszabb a TN-GEV keveréknél, nincs probléma a pozitivitásával és gyorsabb, bár az operatív alkalmazás szempontjából az eltérés elhanyagolható a nyers ensemble előállításának idejéhez képest.
- ▶ Az ALADIN-HUNEPS ensemble esetén a BMA modelleknél a három csoportra, míg az EMOS modelleknél a két csoportra való bontás ad jobb eredményeket.

Korábbi eredmények, további irányok

Korábbi eredmények

- ▶ Az ALADIN-HUNEPS egy korábbi időszakra vonatkozó szélsébség előrejelzéseinek gamma BMA modellezése. [Baran *et al.*, 2013]
- ▶ Az ALADIN-HUNEPS hőmérséklet előrejelzéseinek BMA modellezése. [Baran *et al.*, 2014a]
- ▶ A csonkított normális BMA kifejlesztése és tesztelése. [Baran, 2014]
- ▶ Kétdimenziós BMA modell kifejlesztése a szélsébség és hőmérséklet együttes modellezésére és az eredmények összevetése a Gauss copula modellel. [Möller *et al.*, 2013, Baran and Möller, 2014]

További irányok

- ▶ Az ALADIN-HUNEPS csapadék előrejelzéseinek statisztikai kalibrálása.
- ▶ A szél vektorokra megadott modell alapján kétdimenziós EMOS kifejlesztése a szélsébség és hőmérséklet együttes modellezésére. [Schuhen *et al.*, 2012]
- ▶ Az R ensembleBMA és ensembleMOS csomagjainak tesztelése szuperszámítógépen, a lehetséges párhuzamosítások vizsgálata.

Irodalom



Baran, S. (2014)

Probabilistic wind speed forecasting using Bayesian model averaging with truncated normal components. *Comput. Stat. Data. Anal.* **75**, 227–238.



Baran, S., Horányi, A. and Nemoda, D. (2013)

Statistical post-processing of probabilistic wind speed forecasting in Hungary. *Meteorol. Z.*, **22**, 273–282.



Baran, S., Horányi, A. and Nemoda, D. (2014a)

Probabilistic temperature forecasting with statistical calibration in Hungary. *Meteorol. Atmos. Phys.* **124**, 129–142.



Baran, S., Horányi, A. and Nemoda, D. (2014b)

Comparison of the BMA and EMOS statistical methods in calibrating temperature and wind speed forecast ensembles. *Időjárás*, közlésre elfogadva.



Baran, S. and Lerch, S. (2014)

Log-normal distribution based EMOS models for probabilistic wind speed forecasting. Kézirat.



Baran, S. and Möller, A. (2014)

Joint probabilistic forecasting of wind speed and temperature using Bayesian model averaging. *Environmetrics*, benyújtva (arXiv:1404.3681).



Eckel, F. A. and Mass, C. F. (2005)

Aspects of effective mesoscale, short-range ensemble forecasting. *Wea. Forecasting* **20**, 328–350.



Fraley, C., Raftery, A. E. and Gneiting, T. (2010)

Calibrating multimodel forecast ensembles with exchangeable and missing members using Bayesian model averaging. *Mon. Wea. Rev.* **138**, 190–202.

Irodalom



Fraley, C., Raftery, A. E., Gneiting, T., Slughter, J. M. and Berrocal, V. J. (2011)
Probabilistic weather forecasting in R. *The R Journal* **3**, 55–63.



Gneiting, T. and Raftery, A. E. (2005)
Weather forecasting with ensemble methods. *Science* **310**, 248–249.



Gneiting, T., Raftery, A. E., Westveld, A. H. and Goldman, T. (2005)
Calibrated probabilistic forecasting using ensemble model output statistics and minimum CRPS estimation.
Mon. Wea. Rev. **133**, 1098–1118.



Grell, G. A., Dudhia, J. and Stauffer, D. R. (1995)
A description of the fifth-generation Penn state/NCAR mesoscale model (MM5). *Technical Note*
NCAR/TN-398+STR. National Center for Atmospheric Research, Boulder. Available at:
<http://www.mmm.ucar.edu/mm5/documents/mm5-desc-doc.html>



Hágel, E. (2010)
The quasi-operational LAMEPS system of the Hungarian Meteorological Service. *Időjárás* **114**, 121–133.



Horányi, A., Mile, M. and Szűcs, M. (2011)
Latest developments around the ALADIN operational short-range ensemble prediction system in Hungary.
Tellus A **63** 642–651.



Lee, G. and Scott, C. (2012)
EM algorithms for multivariate Gaussian mixture models with truncated and censored data. *Comput.*
Statist. Data Anal. **56**, 2816–2829.

Irodalom



Lerch, S. and Thorarinsdottir, T. L. (2013)

Comparison of non-homogeneous regression models for probabilistic wind speed forecasting. *Tellus A* **65** 21206, <http://dx.doi.org/10.3402/tellusa.v65i0.21206>.



McLachlan, G. J. and Krishnan, T. (1997)

The EM algorithm and extensions. Wiley, New York.



Möller, A., Lenkoski, A. and Thorarinsdottir, T. L. (2013)

Multivariate probabilistic forecasting using ensemble Bayesian model averaging and copulas. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **139**, 982–991.



Raftery, A. E., Gneiting, T., Balabdaoui, F. and Polakowski, M. (2005)

Using Bayesian model averaging to calibrate forecast ensembles. *Mon. Wea. Rev.* **133**, 1155–1174.



Schuhen, N., Thorarinsdottir, T. L. and Gneiting, T. (2012)

Ensemble model output statistics for wind vectors. *Mon. Wea. Rev.* **140**, 3204–3219.



Sloughter, J. M., Gneiting, T. and Raftery, A. E. (2010)

Probabilistic wind speed forecasting using ensembles and Bayesian model averaging. *J. Amer. Stat. Assoc.* **105**, 25–35.



Thorarinsdottir, T. L. and Gneiting, T. (2010)

Probabilistic forecasts of wind speed: ensemble model output statistics by using heteroscedastic censored regression. *J. Roy. Statist. Soc. Ser. A* **173**, 371–388.



Wilks, D. S. (2011)

Statistical Methods in the Atmospheric Sciences. 3rd ed., Elsevier, Amsterdam.